

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА**  
**ОБЛАСТЕН КРЪГ**  
**20 МАРТ, 2015 Г.**  
**ГРУПА А, 11. - 12. КЛАС**

**ЗАДАЧА А2. РАЗПИСАНИЕ**

**Автор: Руско Шиков**

За производството на едно изделие трябва да бъдат изпълнени  $N$  операции. Всяка от тези операции може да бъде изпълнена на коя да е от  $M$  напълно идентични машини. Изпълнението на всяка операция продължава *точно една единица време* и не може да бъде прекъсвано, докато не завърши. Редът на изпълнение на операциите се задава чрез ориентиран граф, *който представлява дърво*. Ребрата на това дърво са ориентирани от листата към корена, а операциите са разположени във върховете му. Операция, която е разположена в началото на ориентирано ребро от дървото, се нарича *предшественик* на операцията, която се намира в края на реброто (вижте примера в края на условието). *Към изпълнението на дадена операция може да се пристъпи, когато е завършено изпълнението на всички нейни предшественици.*

Нека разделим изпълнението на всички операции на времеви тактове – всеки такт е от по една единица време. За всеки нов такт трябва да се определя кои операции ще бъдат изпълнявани на този такт. Преди началото на такта машините са свободни (някои са завършили изпълнението на операциите, планирани за предния такт, а други са били свободни и по време на предния такт). При определянето на операциите, които ще се изпълняват на даден такт, трябва да се имат предвид следните две условия:

- броят на тези операции не може да е по-голям от  $M$  – броя на машините;
- за всяка от тези операции на предни тактове трябва да е завършило изпълнението на нейните предшественици (такава операция ще наричаме *готова за изпълнение*)

В *математическата теория на разписанията* се поставя задачата да се намери минималното време (минималният брой тактове), за което могат да се изпълнят всички операции. Пак там се доказва, че този минимален брой се постига със следния алгоритъм:

- Въвеждат се нива на върховете на дървото – коренът е с ниво 1, неговите синове – с ниво 2, техните синове с ниво 3 и т.н.
- Започвайки от операциите на най-ниско ниво (т.е. с най-голям номер на нивото), се придвижваме към операцията в корена, като на всеки такт даваме за изпълнение на всичките  $M$  машини или на толкова от тях, за колкото има готови за изпълнение операции, онези, готови за изпълнение операции, които се намират на най-ниските нива (с най-големи номера).

*Внимание: операциите, които се дават за изпълнение на един такт, не са задължително от едно ниво – разгледайте внимателно примера в края на условието.*

Такъв ред на изпълнение на операциите се нарича **„разписание по нива“**. В теорията на разписанията се доказва, че всички разписания по нива водят до едно и също минимално време за изпълнение на всичките операции.

Напишете програма **schedule**, която, по зададено дърво, определящо реда на изпълнение, намира минималното време, за което могат да бъдат изпълнени всичките  $N$  операции с използването на  $M$  еднакви машини, реализирайки описания по-горе алгоритъм.

Операциите са номерирани с числата от 1 до  $N$ , като тези номера са просто идентификатори и нямат нищо общо с реда на изпълнение, който изцяло се определя от въвежданото дърво.

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА**  
**ОБЛАСТЕН КРЪГ**  
**20 МАРТ, 2015 Г.**  
**ГРУПА А, 11. - 12. КЛАС**

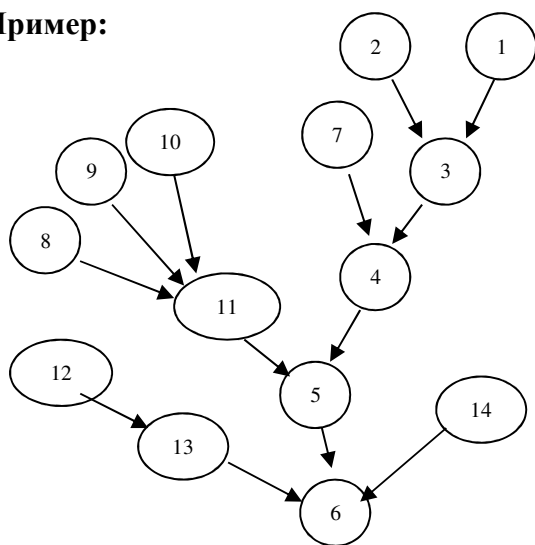
**Вход:** От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели положителни числа  $N$  и  $M$  – брой на операциите и брой на машините.

Следват  $N - 1$  реда, чрез които се въвеждат ребрата на дървото, определящо реда на изпълнение на операциите. Всеки ред съдържа две цели, положителни числа  $u$  и  $v$ , разделени с интервал – начален и краен връх на ребро, определящо, че операция с номер  $u$  е предшественик на операция с номер  $v$ .

**Изход:** На един ред от стандартния изход изведете едно цяло, положително число – намереното минимално време, за което могат да бъдат изпълнени операциите.

**Ограничения:**  $1 \leq N, M \leq 100000$ ; в 40% от тестовете  $1 \leq N, M \leq 3000$

**Пример:**



Вход	Изход
14 3	6
1 3	
2 3	
3 4	
7 4	
4 5	
5 6	
10 11	
9 11	
8 11	
11 5	
12 13	
13 6	
14 6	

**Обяснение на примера:**

Броят на операциите е 14, а на машините 3. Последователността на изпълнение се задава от дървото на фигурата. Едно възможно разписание по нива е дадено по-долу.

Такт 1: Операции 1, 2 и 7

Такт 2: Операции 8, 9 и 10

Такт 3: Операции 3, 11 и 12

Такт 4: Операции 4, 13 и 14

Такт 5: Операция 5 (две машини остават свободни)

Такт 6: Операция 6 (две машини остават свободни)

При това разписание получихме време 6 за изпълнение на всички операции.

Лесно можем да се убедим, че 6 е минималното време за изпълнение на всичките 14 операции. Наистина, в последния времеви такт ще бъде изпълнена само една операция – тази, която е в корена на дървото (тъй като преди нейното изпълнение трябва да са завършени всички останали операции). На три машини останалите 13 операции ще изискват поне 5 единици време, тъй като на един такт не могат да се изпълнят повече от 3 операции. Значи изпълнението на всичките 14 операции ще изисква поне 6 единици време, което се постига с разписанието, разгледано по-горе.